

Analízis 2, 2. zárthelyi dolgozat
2022. április 5.

A ZH megírása során semmilyen segédeszköz nem használható. Minden eredmény csak indoklással együtt ér pontot, az előadáson illetve a gyakorlaton tanultakra lehet hivatkozni, részpontok szereshetőek. A 7 db feladat mindegyike 5-5 pontot ér.

1. Számítsuk ki az $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$ integrált!
2. Konvergens-e az $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x + \operatorname{tg} x}} dx$ integrál?
3. Van-e olyan $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ szigorúan pozitív függvény, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ esetén $\int_0^{\infty} \sqrt[n]{f}$ konvergens?
4. Számítsuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n}$ sor összegét!
5. Konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n! \cdot n! \cdot 3^n}$ sor?
6. Konvergens-e a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin((n + 1/2) \cdot \pi)}{n \cdot \ln(n)}$ sor?
7. Igazoljuk, hogy teljesülnek a következő becslések, majd mindenhol a $\lim_{k \rightarrow \infty}$ határértéket véve adjuk meg a kapott egyenlőtlenségeket, majd az ezekből kapott sorösszeg-becslést!

$$\int_1^k e^{-x} dx < \sum_{j=1}^{k-1} e^{-j} < \frac{1}{e} + \int_1^{k-1} e^{-x} dx$$