Írásbeli vizsga (teszt verzió) – Analízis II., matematika BSc szak, 2022. május

Kifejtést igénylő kérdések

(a) Definiáljuk egy intervallum adott felosztásán az f függvényhez tartozó oszcillációs összeg fogalmát! `2 pont`

(b) Mikor mondjuk, hogy az I intervallumon egy g függvény lokálisan integrálható? `2 pont`

(c) Milyen formula adja meg egy $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ hatványsor konvergenciasugarát? `2 pont`

(d) Mit mond ki az Abel-tétel? `2 pont`

Tesztkérdések

1. A Riemann-integrálhatóságot először olyan függvényekre definiáltuk, amelyek

   (a) korlátosak és korlátos, zárt intervallumon adottak
   (b) folytonosak és korlátosak
   (c) folytonosak és korlátos, zárt intervallumon adottak
   (d) korlátosak és nemnegatívak
   (e) nemnegatívak, korlátos, zárt intervallumon adottak.

2. Az integrálási tartomány felosztásának finomításával az alsó Riemann-összegek

   (a) szigorúan monoton nőnek
   (b) monoton nőnek
   (c) szigorúan monoton csökkennek
   (d) monoton csökkennek
   (e) egyik sem a fentiek közül

3. A numerikus sorokra vonatkozó integrálkritériumról szóló tételben
   (i) $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ *konvergens* és (ii) $\int_1^{\infty} f$ *konvergens*

   (a) ekvivalensek, ha f monoton fogyó
   (b) általában csak (i) $\Rightarrow$ (ii), ha f monoton fogyó
   (c) ekvivalensek, ha f folytonos
   (d) ekvivalensek, ha $f \geq 0$ és monoton fogyó
   (e) általában csak (ii) $\Rightarrow$ (i), ha f monoton fogyó

4. Melyik kijelentésből következik biztosan, hogy az $[a,b]$on értelmezett $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ függvénysorozatra $\lim_{n\to\infty}\left(\int_a^b f_n\right) = \int_a^b \lim_{n\to\infty} f_n$ teljesül?

(a) $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ egyenletesen konvergens

(b) $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ pontonként konvergens

(c) $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ korlátos és egyenletesen konvergens

(d) $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ nemnegatív és egyenletesen konvergens

(e) egyikből sem a többi közül

5. Tudjuk, hogy a $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ hatványsor konvergenciasugara 2.

   Mennyi lesz a $\sum_{n=3}^{\infty} n \cdot a_n(x-1)^{n-1}$ hatványsor konvergenciasugara?

   (a) 2 vagy lehet annál nagyobb

   (b) 2 vagy lehet annál kisebb

   (c) pontosan 2

   (d) 2 vagy 0 is lehet

   (e) egyik sem a fentiek közül

6. Mely tulajdonságok teljesülnek a $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(x-1)^{3n}$ hatványsorra?

   (i) Egyenletesen konvergens a $(0,2)$ intervallumon.

   (ii) Pontonként konvergens a $[0,2]$ intervallumon.

   (iii) Összegfüggvénye analitikus a $(0,2)$ intervallumon.

   (a) (i) és (iii)

   (b) (ii) és (iii)

   (c) csak (i)

   (d) mindhárom

   (e) csak (iii)

Ponthatárok:

55% - 64%: kettes, 65% - 74%: hármas, 75% - 84%: négyes, 85% - 99%: négyes vagy ötös, 100%: ötös.