

II. ZH matematika BSc szakosoknak analízisből, 2019. december 12.

A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Az eredmények csak indoklással együtt érnek pontot; az előadáson, ill. a gyakorlaton tanultakra lehet hivatkozni. A 8 db feladat mindegyike 5-5 pontot ér, megoldásukra 100 perc fordítható.

1. Van-e olyan $b \in \mathbb{R}$, hogy az $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ b, & x = 0 \end{cases}$ függvény \mathbb{R} -en folytonos?
2. Deriválható-e a *nulla* helyen a $g(x) = \begin{cases} \sin x \cdot \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ valós függvény?
3. Adjuk meg a $h : [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus 0 \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x-x^2}$ függvény grafikonját (a növekedési tulajdonságokat és határértéket indokoljuk)!
4. Hol és milyen típusú szélsőértéke van az $x \rightarrow e^x(x-1)^2$ hozzárendeléssel adott valós függvénynek?
5. Teljesül-e minden $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ konvex függvényre az $f(3) - f(2) \geq f(2) - f(1)$ egyenlőtlenség?
6. Van-e megoldása az $\ln(1+x) = x^2$ egyenletnek a $(0, 4)$ intervallumon?
7. Van-e olyan $s \in (0, 1)$, hogy az $x \rightarrow \sqrt{x}e^{x^2-x^3}$ hozzárendeléssel adott valós függvény deriváltja s -ben éppen 1?
8. Adjuk meg az $x \rightarrow \frac{1}{1+e^{x-1}}$ hozzárendeléssel adott függvényhez tartozó *egy* körüli másodrendű Taylor-polinomot!

II. ZH matematika BSc szakosoknak analízisből, 2019. december 12.

A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Az eredmények csak indoklással együtt érnek pontot; az előadáson, ill. a gyakorlaton tanultakra lehet hivatkozni. A 8 db feladat mindegyike 5-5 pontot ér, megoldásukra 100 perc fordítható.

1. Van-e olyan $b \in \mathbb{R}$, hogy az $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ b, & x = 0 \end{cases}$ függvény \mathbb{R} -en folytonos?
2. Deriválható-e a *nulla* helyen a $g(x) = \begin{cases} \sin x \cdot \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ valós függvény?
3. Adjuk meg a $h : [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus 0 \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x-x^2}$ függvény grafikonját (a növekedési tulajdonságokat és határértéket indokoljuk)!
4. Hol és milyen típusú szélsőértéke van az $x \rightarrow e^x(x-1)^2$ hozzárendeléssel adott valós függvénynek?
5. Teljesül-e minden $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ konvex függvényre az $f(3) - f(2) \geq f(2) - f(1)$ egyenlőtlenség?
6. Van-e megoldása az $\ln(1+x) = x^2$ egyenletnek a $(0, 4)$ intervallumon?
7. Van-e olyan $s \in (0, 1)$, hogy az $x \rightarrow \sqrt{x}e^{x^2-x^3}$ hozzárendeléssel adott valós függvény deriváltja s -ben éppen 1?
8. Adjuk meg az $x \rightarrow \frac{1}{1+e^{x-1}}$ hozzárendeléssel adott függvényhez tartozó *egy* körüli másodrendű Taylor-polinomot!