

II. javító ZH matematika BSc szakosoknak analízisből, 2019. december 18.

A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Az eredmények csak indoklással együtt érnek pontot; az előadáson, ill. a gyakorlaton tanultakra lehet hivatkozni. A 8 db feladat mindegyike 5-5 pontot ér, megoldásukra 100 perc fordítható.

1. Van-e olyan $b \in \mathbb{R}$, hogy az $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x > 0 \\ \ln(b+x^2) & x \leq 0. \end{cases}$ valós függvény \mathbb{R} -en folytonos?
2. Deriválható-e a *nulla* helyen a $g(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} - 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$ valós függvény?
3. Adjuk meg a $h : [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus 0 \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x^3-x^2}$ függvény grafikonját (a növekedési tulajdonságokat és határértéket indokoljuk)!
4. Hol és milyen típusú szélsőértéke van az $x \rightarrow x(\ln x - 1)^2$ hozzárendeléssel adott valós függvénynek?
5. Igazoljuk minden $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvex függvényre az $2f(0) + f(1) \geq 2f(\frac{1}{4}) + f(\frac{1}{2})$ egyenlőtlenséget!
6. Van-e megoldása az $\sqrt{4+x} = e^x + 1$ egyenletnek a $(0, 3)$ intervallumban?
7. Tudjuk, hogy az f konvex függvény deriválható a $(-1, 3)$ intervallumon, továbbá $f(0) = 1$ és $f(2) = 5$ teljesül. Hány megoldása lehet az $f'(s) = 2$ egyenletnek a $[0, 2]$ intervallumon?
8. Adjuk meg az arc sin függvényhez tartozó *nulla* körüli másodrendű Taylor-polinomot!

II. javító ZH matematika BSc szakosoknak analízisből, 2019. december 18.

A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Az eredmények csak indoklással együtt érnek pontot; az előadáson, ill. a gyakorlaton tanultakra lehet hivatkozni. A 8 db feladat mindegyike 5-5 pontot ér, megoldásukra 100 perc fordítható.

1. Van-e olyan $b \in \mathbb{R}$, hogy az $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x > 0 \\ \ln(b+x^2) & x \leq 0. \end{cases}$ valós függvény \mathbb{R} -en folytonos?
2. Deriválható-e a *nulla* helyen a $g(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} - 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$ valós függvény?
3. Adjuk meg a $h : [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus 0 \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x^3-x^2}$ függvény grafikonját (a növekedési tulajdonságokat és határértéket indokoljuk)!
4. Hol és milyen típusú szélsőértéke van az $x \rightarrow x(\ln x - 1)^2$ hozzárendeléssel adott valós függvénynek?
5. Igazoljuk minden $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvex függvényre az $2f(0) + f(1) \geq 2f(\frac{1}{4}) + f(\frac{1}{2})$ egyenlőtlenséget!
6. Van-e megoldása az $\sqrt{4+x} = e^x + 1$ egyenletnek a $(0, 3)$ intervallumban?
7. Tudjuk, hogy az f konvex függvény deriválható a $(-1, 3)$ intervallumon, továbbá $f(0) = 1$ és $f(2) = 5$ teljesül. Hány megoldása lehet az $f'(s) = 2$ egyenletnek a $[0, 2]$ intervallumon?
8. Adjuk meg az arc sin függvényhez tartozó *nulla* körüli másodrendű Taylor-polinomot!